УДК 513.836

Замечание к работе «Действия конечных циклических групп на квазикомплексных многообразиях»

И. М. Кричевер (Москва)

В работе автора [1] сформулированы две теоремы (теоремы 1.11 и 2.2), утверждающие, что некоторые условия на набор Z_m-пучков необходимы и достаточны для того, чтобы этот набор был набором нормальных пучков к неподвижным подмногообразиям унитарного Z_m-многообразия. К сожалению, эти условия являются на самом деле лишь достаточными. Однако методы работы [1] позволяют за счет чисто технических усложнений получить условия, необходимые и достаточные.

Рассмотрим категорию, объектами которой являются наборы $(X, \{\xi_i\})$, где X — G-многообразие, а $\{\xi_i\}$ — конечный набор G-пучков над X. Группы бордизмов $U^G_{n,\mu}$ в этой категории ($n = \dim_R X$, $\mu = (\mu_1, \ldots)$ — «мультииндекс», $\mu_i = \dim_C \xi_i$) заменят нам группы бордизмов G-многообразий, которые, кстати, есть частный случай $U^G_{n,\mu}$ при $\mu_i \equiv 0$.

Пусть для набора Z_{p^k}-пучков $\{\xi_i\}$ над X (p — простое) ζ_{is} — ограничения ξ_i на F_s — неподвижные подмногообразия X, а ν_s—нормальные пучки к F_s в X. Как обычно, наборы Z_{p^k}-пучков ν_s, $\{\zeta_{is}\}$ над тривиальными Z_{p^k}-многообразиями F_s зададут гомоморфизм

$$\beta^k : U^{Z_{p^k}}_{n,\mu} \to R^{Z_{p^k}}_{n,\mu} = \sum U_{2l}\left(\prod_{j=1}^{p^k-1} BU(n_j) \times \prod_{i}^{0\leqslant j\leqslant p^k-1} BU(n_{i,j})\right),$$

где суммирование ведется по тем наборам неотрицательных целых чисел $(l, \{n_j\}, \{n_{i,j}\})$, для которых $2\left(\sum_j n_j + l\right) = n$, $\sum_j n_{i,j} = \mu_i$.

Обозначим через $\Psi : R^{Z_{p^k}}_{*,*} \to R^{Z_{p^k}}_{*,*}$ гомоморфизм, индуцированный заменой индексов $(i, j) \to (pi + s, j')$ $(0 \leqslant s \leqslant p-1$, $j \equiv s \pmod p$, $j' = (j-s)/p)$, а также $j \to (s, j')$.

Пусть для $\omega = (i_1, \ldots, i_n)$ $v_\omega(u_1, \ldots, u_n)$ — ряд, полученный симметризацией ряда $\sum_{s=1}^{n} u_s^{i_s}[CP(u_s)]^{-1}$, где $CP(u) = \sum_{m=0}^{\infty}[CP^m]u^m$. Для каждого набора ω_i длины μ_i определены гомоморфизмы V_{ω_i}, значения которых на аддитивных образующих $[M] \times \prod_s (CP^{m_s}_{i,j_s})$ групп $U_{2N}\left(\prod_{j=0}^{p^k-1} BU(n_{i,j})\right)$ равно:

$[u]^N_{p^{k-1}} \times [M] \times$ {ряд, полученный из $v_{\omega_i}(\ldots, f([u]_{j_s}, v_s), \ldots)$ заменой v_s^k на $[CP^{m_s-k}]$}.

Определим гомоморфизмы $D\alpha_j$ формулами: если $(j, p)=1$, то

$$D\alpha_j\left([M]\times\prod_{s=1}^{n_j}(CP_j^{m_s})\right)=[u]^m_{p^{k-1}}\cdot[M]\cdot\prod_{s=1}^{n_j}\left(\frac{u}{[u]_j}\right)^{m_s+1}B_{m_s}([u]_j),$$

где $m=\dim_{\mathbf{C}}[M]$, если же p делит j, то

$$D\alpha_j\left([M]\times\prod_{s=1}^{n_j}(CP_j^{m_s})\right)=[u]^m_{p^{k-1}}\cdot[M]\cdot\prod_{s=1}^{n_j}\left(\frac{[u]_{p^{k-1}}}{[u]_j}\right)^{m_s+1}B_{m_s}([u]_j).$$

Обозначим через $[D\alpha]_{\vec{\omega}}$, $\vec{\omega}=(\omega_1, \ldots)$, тензорное произведение гомоморфизмов $D\alpha_j$ и V_{ω_i},

$$[D\alpha]_{\vec{\omega}}: R^{Z_{p^k}}_{2n,\mu}\to U^*[[u]]/\theta_p([u]_{p^{k-1}})=0.$$

Введем дополнительную градуировку в $R^{Z_{p^k}}_{*,*}$, поставив в соответствие каждому набору $(\{n_j\}, \{n_{i,j}\})$ число $d=\sum_{(j,p)=1} n_j$. Пусть тогда ρ_d — «однородные компоненты» $\rho\in R^{Z_{p^k}}_{*,*}$.

Теорема. *Класс бордизмов* $\rho\in R^{Z_{p^k}}_{2n,\mu}$ *тогда и только тогда принадлежит* $\operatorname{Im}\beta^k$, *когда* $\Psi(\rho)\in\operatorname{Im}\beta^{k-1}$ *и для любого* $\vec{\omega}$

$$\sum_{d=0}^{n}\left(\frac{u}{[u]_{p^{k-1}}}\right)^{n-d}[D\alpha]_{\vec{\omega}}(\rho_d)$$

делится на u^n *в кольце* $U^*[[u]]/\theta_p([u]_{p^{k-1}})=0$.

Для описания $\operatorname{Im}\beta^{Z_m}$ в случае, когда m делится по крайней мере на два простых числа, необходимо внести аналогичные исправления в условие теоремы 2.2 в [1].

(Поступила в редакцию 20/III 1974 г.)

Литература

1. **И. М. Кричевер**, Действия конечных циклических групп на квазикомплексных многообразиях, Матем. сб., **90** (132), (1973), 306—319.